

参考数据： $z_{0.025} = 1.96$ ,  $t_{0.025}(11) = 2.201$ ,  $t_{0.025}(12) = 2.179$ ,  $\chi^2_{0.95}(15) = 7.261$ ,

$$\chi^2_{0.95}(16) = 7.962,$$

$$\chi^2_{0.025}(15) = 27.488,$$

$$\chi^2_{0.025}(16) = 28.845, \chi^2_{0.05}(15) = 24.996,$$

$$\chi^2_{0.05}(16) = 26.296.$$

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设  $A, B$  是任意两个互不相容的随机事件,  $P(A) > 0, P(B) > 0$ , 下列说法正确的是 ( ).

A.  $A, B$  一定相互独立

B.  $AB$  不一定为不可能事件

C.  $A, B$  互为对立事件

D.  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

2. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 且都服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 则  $P\{|X - Y| < 1\}$  ( ).

A. 与  $\mu$  无关, 而与  $\sigma^2$  有关

B. 与  $\mu$  有关, 而与  $\sigma^2$  无关

C. 与  $\mu$ 、 $\sigma^2$  都有关

D. 与  $\mu$ 、 $\sigma^2$  都无关

3. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 下列说法错误的是 ( ).

A. 由边缘分布可以唯一确定联合分布

B.  $X$  与  $Y$  一定不相关

C.  $E(XY) = E(X)E(Y)$  与相互独立等价

D.  $D(X - Y) = D(X) + D(Y)$

4. 设随机变量  $X$  与  $Y$  都服从标准正态分布, 则下列结论正确的是 ( ).

A.  $X+Y$  都服从正态分布

B.  $X^2+Y^2$  服从  $\chi^2$  分布

C.  $X^2$  和  $Y^2$  都服从  $\chi^2$  分布

D.  $\frac{X^2}{Y^2}$  服从  $F$  分布

5. 设总体  $X$  的概率密度为:  $f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{1}{1-\theta}, & \theta \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 其中  $\theta$  为未知参数,

$X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的样本, 则  $\theta$  的矩估计量为 ( ).

- A.  $1 - \frac{1}{2\bar{X}}$       B.  $2\bar{X} - 1$       C.  $\bar{X}$       D.  $2\bar{X} + 1$

## 二、填空题 (每题 3 分, 共 15 分)

1. 设  $A, B$  为两个事件,  $P(B) = 0.7, P(\bar{A}B) = 0.3$ , 则  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) =$ \_\_\_\_\_.

2. 设连续型随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \ln x, & 1 \leq x < e \\ 1, & x \geq e \end{cases}$ , 则

$P\{0 < X \leq 3\} =$ \_\_\_\_\_.

3. 设离散型随机变量  $X$  的概率分布为

$P\{X = -2\} = \frac{1}{2}, P\{X = 1\} = a, P\{X = 3\} = b, E(X) = 0$ , 则  $D(X) =$ \_\_\_\_\_.

4. 设随机变量  $X$  服从均匀分布  $U(1, 3)$ , 根据切比雪夫不等式估计

$P\{|X - 2| \geq 1\} \leq$ \_\_\_\_\_.

5. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体的样本,  $Y = c \sum_{i=1}^n X_i$  为  $\mu$  的无

偏估计量, 则  $c =$ \_\_\_\_\_.

## 三、计算题 (每题 6 分, 共 18 分)

1. 设随机变量  $(X, Y)$  服从二维正态分布  $N\left(0, 0; 1, 4; -\frac{1}{2}\right)$ , 求  $D(X - Y)$ .

2. 设总体  $X$  的概率密度函数为  $f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{\theta^2}{x^3} e^{-\frac{\theta}{x}}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 其中  $\theta > 0$  为未知参数,

$X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体的简单随机样本, 求  $\theta$  的最大似然估计量.

3. 设某公司的月利润  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 经 16 次抽样得到样本均值为 50.5 (万元), 样本标准差为 1.2 (万元). 求  $\sigma^2$  的置信水平为 90% 的置信区间.

四、(8 分) 玻璃杯成箱出售, 每箱 20 个。假设每箱含 0, 1, 2 个残次品的概率分别为 0.8, 0.1, 0.1. 一顾客欲买下一箱玻璃杯, 购买时, 售货员随意取出一箱, 而顾客开箱随意查看其中 4 个, 若无残次品, 则买下该箱玻璃杯, 否则退回. 求:

(1) 顾客买下该箱玻璃杯的概率;

(2) 顾客买下的一箱玻璃杯中确实没有残次品的概率.

五、(8 分) 已知连续型随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 求 (1) 分布函数  $F(x)$ ; (2)  $Y = X^2$  的概率密度.

六、(6 分) 设  $\lambda$  在 (0,5) 内服从均匀分布, 求方程  $x^2 + 2\lambda x + 4\lambda - 3 = 0$  有实根的概率。

七、(8 分) 已知成年人每分钟的脉搏次数服从正态分布  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 正常人的脉搏平均值为 72 次/分, 现对 12 名慢性铅中毒患者脉搏进行测量, 经过计算得:  $\bar{x} = 68.1, s = 4.6$ , 问慢性铅中毒患者的脉搏次数与正常人是否有显著差异? ( $\alpha = 0.05$ ).

八、(14 分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, 0 < y < 2x \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

求: (1) 边缘概率密度  $f_X(x), f_Y(y)$ ; (2) 判断随机变量  $X$  与  $Y$  是否相互独立;

(3) 随机变量  $Z = X + Y$  的概率密度 (4)  $P\left\{Y \leq \frac{1}{2} / X \leq \frac{1}{2}\right\}$ .

九、(8 分) 设某加工企业生产某种设备的寿命  $X$  (以年计) 服从指数分布, 其密度函数为:

$$f(x) = \begin{cases} 0.2e^{-0.2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

厂家规定, 若出售的设备在一年内损坏可以进行免费调换. 厂家每出售一台设备获利 **100** 万元, 而调换一台设备则亏损 **150** 万元, 试问该厂家出售一台设备的平均盈利是多少?